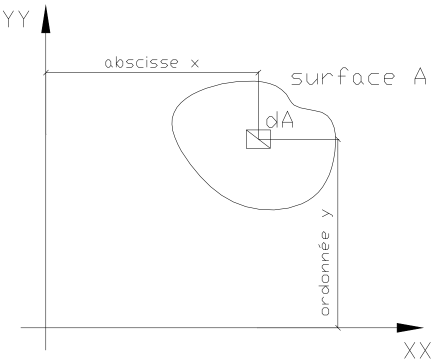
CALCUL DES INERTIES



on considère dans le plan une figure A, et des surfaces élémentaires dA qui ont pour abscisse x et pour ordonnées y. ces coordonnées peuvent être positives ou négatives suivant leur position par rapport à l'axe de référence.

<u>Moment statique :</u> c'est la somme des produits des surfaces par le bras de levier normal à l'axe de référence. Il est homogène à un volume (m^3, mm^3, etc.). le moment statique par rapport à un axe de symétrie est nul

Suivant xx : $Sxx = \sum_A ydA$

Suivant yy : $Syy = \sum_A xdA$

Si l'axe de référence passe par le centre de gravité ou bien si c'est un axe de symétrie (ces deux propositions sont synonymes) le moment statique est nul)

<u>Changement d'axe :</u> $S_{YY} = S_{XX} + Sd$ avec d distance entre les deux axes affecté d'un signe suivant la position du nouvel axe.

<u>Centre de gravité :</u> on appelle centre de gravité d'une surface A le point G qui a pour coordonnées les valeurs suivantes :

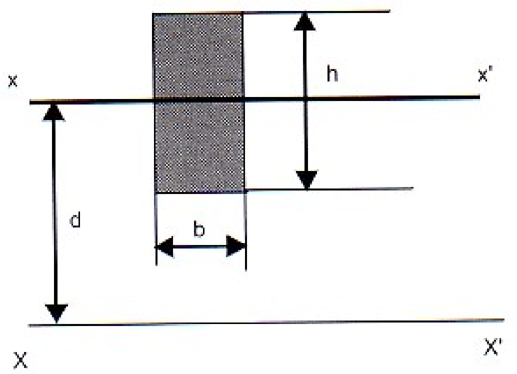
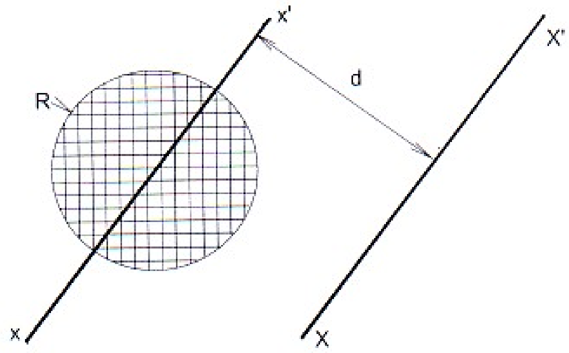
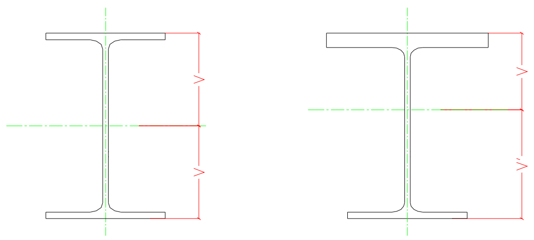
$$x1 = \frac{\sum_A xdA}{\sum_A dA} = \frac{Syy}{A}$$

$$y1 = \frac{\sum_A ydA}{\sum_A dA} = \frac{Sxx}{A}$$

pour trouver une droite passant par le centre de gravité d'un solide, on peut écrire l'égalité des moments statiques de part et d'autre de cet axe.

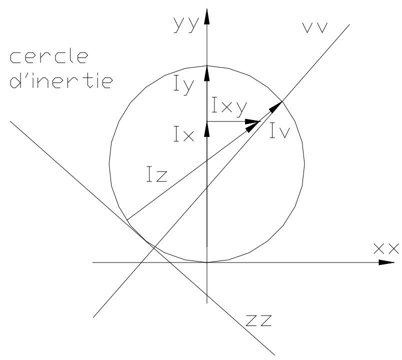
Un axe de symétrie passe par le centre de gravité.

<u>Exemples de moments statiques :</u>

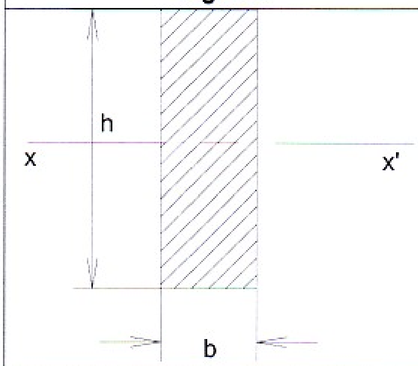
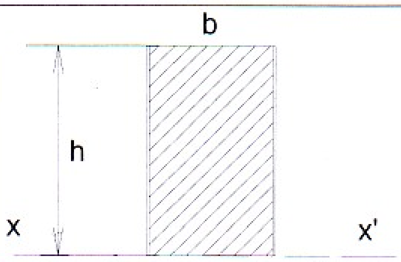
S=bhd  	S=ΠR²d 
Moments d'inertie ou moments quadratiques (moments of inertia): on appelle moment d'inertie d'un corps par rapport à un axe la somme des surfaces élémentaires dA multipliées par leur distance à l'axe élevée au carré : $I_{xx}=\int y^2 dA$ moment d'inertie suivant l'axe XX en cm^4 $I_{yy}=\int x^2 dA$ moment d'inertie suivant l'axe YY en cm^4 Changement d'axe (avec axes parallèles) : $I_{YY}=I_G+Sd^2$; le moment d'inertie d'une surface par rapport à un axe quelconque est égal au moment d'inertie de cette surface par un axe parallèle passant par son centre de gravité, augmenté du produit de la valeur de la surface par le carré de la distance des axes (son signe n'est pas significatif pour ce calcul étant élevé au carré) Io=Ixx+Iyy moment d'inertie polaire en cm**4	Modules d'inertie : quotient du moment d'inertie par la distance de la fibre extrême à l'axe passant par le centre de gravité.  Dans le cas de pièces non symétriques on a deux modules d'inertie (Elastic section modulus): Ixx/v et Ixx/v' v' étant toujours la valeur la plus petite.
Rayons de giration (radius of giration):	Moment d'inertie centrifuge : par

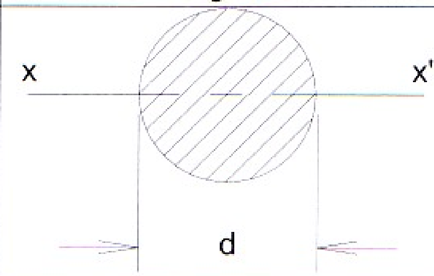
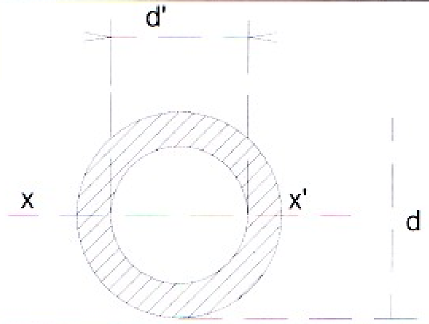
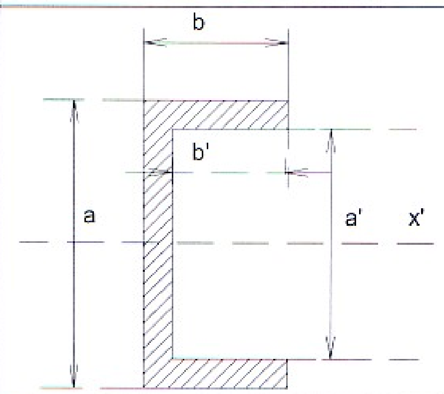
par définition on a $ix = \sqrt{\dfrac{Ixx}{A}}$ $\quad$ $iy = \sqrt{\dfrac{Iyy}{A}}$	définition on a $I_{xy} = \sum Axy$ avec x et y pris avec leur signes

Moments d’inertie principaux:

Les axes principaux d’inertie sont inclinés d’un angle α tel que : $\tan(2\alpha) = \dfrac{2I_{xy}}{I_y - I_x}$; les inerties principales sont : $I_{zz} = \dfrac{1}{2}\left[I_x + I_y + \dfrac{I_x - I_y}{\cos(2\alpha)}\right]$ et $I_{vv} = \dfrac{1}{2}\left[I_x + I_y - \dfrac{I_x - I_y}{\cos(2\alpha)}\right]$ nota : l’angle α est pris dans le sens trigonométrique.	

moments d’inertie à connaître :

Figures	Moment statique	Moment d’inertie	Module d’inertie
	nul	$\dfrac{bh^3}{12}$	$\dfrac{bh^2}{6}$
	$\dfrac{bh^2}{2}$	$\dfrac{bh^3}{3}$	$\dfrac{bh^2}{3}$

Figures	Moment statique	Moment d'inertie	Module d'inertie
	nul	$\dfrac{\pi d^4}{64}$	$\dfrac{\pi d^3}{32}$
	nul	$\dfrac{\pi(d^4 - d'^4)}{64}$	$\dfrac{\pi(d^4 - d'^4)}{32d}$
	nul	$\dfrac{ba^3 - b'a'^3}{12}$	$\dfrac{ba^3 - b'a'^3}{6a}$